

# Agenda

- Vad ska vi mäta?
  - Vilka mätpunkter, vad ska lagras?
  - Reduktion av mätpunkter
- Hur analyserar vi?
  - Statistiska grundbegrepp
  - Övervaka processer/styrdiagram
  - Styra på tolerans?
  - Kapabilitet
- Hur ska vi mäta?
  - Noggrannhet/Repeterbarhet

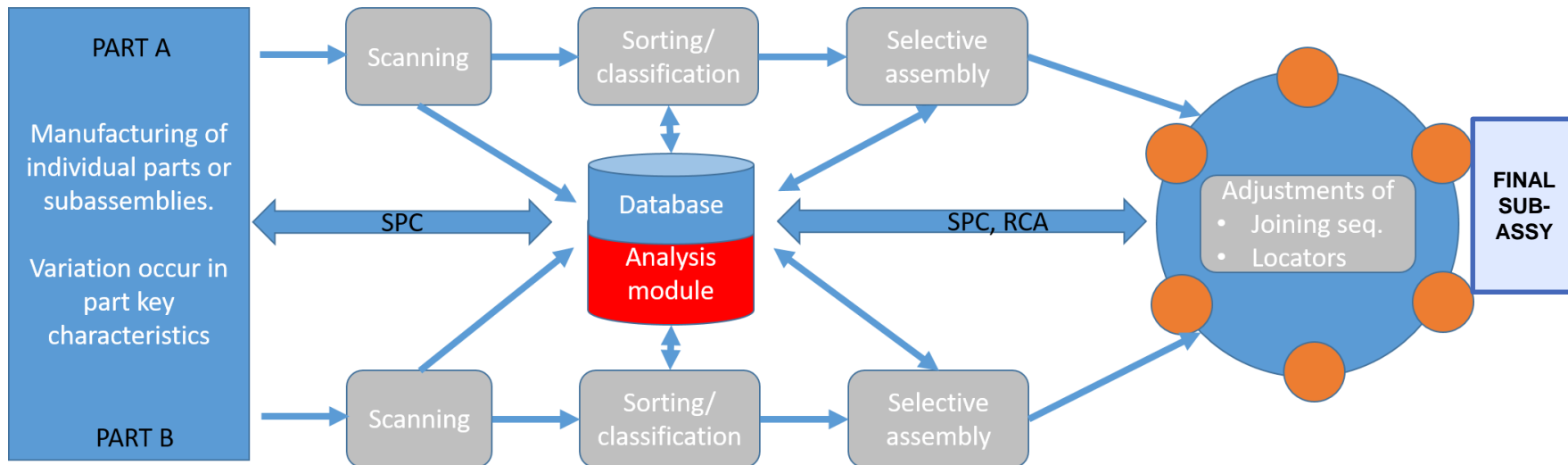
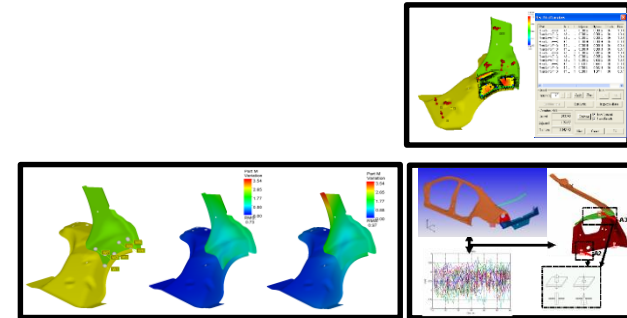
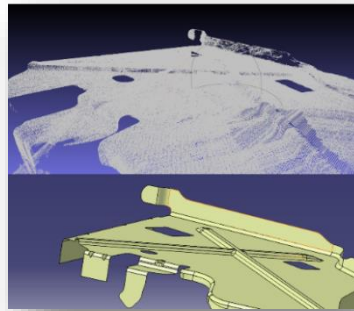
# Agenda

- Vad ska vi mäta?
  - Vilka mätpunkter, vad ska lagras?
  - Reduktion av mätpunkter
- Hur analyserar vi?
  - Statistiska grundbegrepp
  - Övervaka processer/styrdiagram
  - Styra på tolerans?
  - Kapabilitet
- Hur ska vi mäta?
  - Noggrannhet/Repeterbarhet

# Using the Digital Twin in the Production Phase

Data:  
Scan data on part level or  
subassembly level (point clouds)

What data to use?  
What data to store?



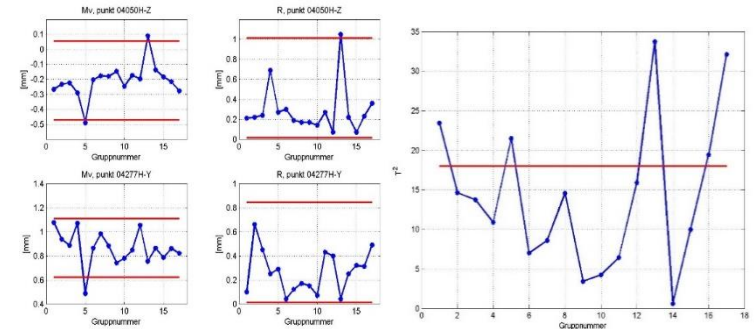
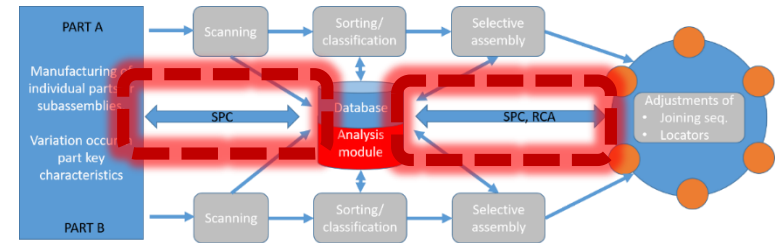
# Using the Digital Twin in the Production Phase

**Purpose:** Detect assignable sources of variation/deviation

**Method:** (Multivariate) Control charts

**Input needed:**

1. Points to control final demands
  - From design department
2. Points to control assembly fixtures (not part level)
  - Maximize information
3. Points to control other sources of variation
  - Cluster analysis



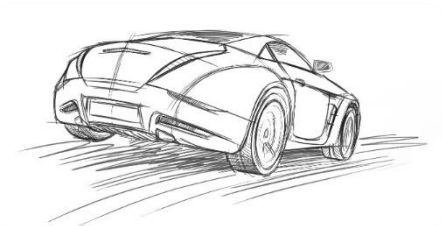
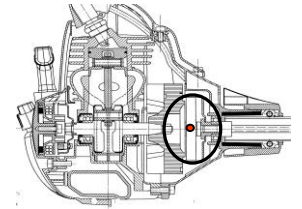
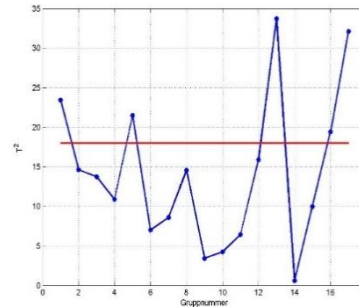
# Using the Digital Twin in the Production Phase

**Purpose:** Detect assignable sources variation/deviation

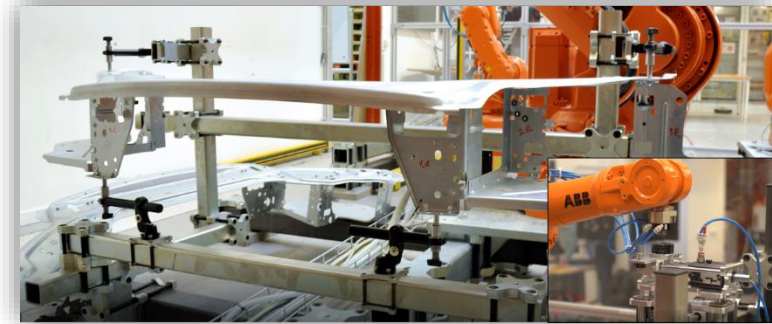
**Method:** (Multivariate) Control charts

**Input needed:**

1. Points to control final demands
  - From design department
2. Points to control assembly fixtures (not part level)
  - Maximize information
3. Points to control other sources of variation
  - Cluster analysis



# Using the Digital Twin in the Production Phase



**Purpose:** Detect assignable sources of variation/deviation

**Method:** (Multivariate) Control charts

**Input needed:**

1. Points to control final demands
  - From design department
2. Points to control assembly fixtures (not part level)
  - Maximize information
3. Points to control other sources of variation
  - Cluster analysis

$$x = A\theta + \epsilon$$

$$\hat{\theta} = (A^T A)^{-1} A^T \theta$$

$$\Sigma_{\hat{\theta}} = \sigma^2 M^{-1}, M = A^T A$$

Max information => minimize the covariance matrix => minimize the determinant of  $M^{-1}$  (D-optimal solution)

*Carlson JS, Söderberg R, Lindkvist L. 2003, Geometrical Inspection Point Reduction Based on Combined Cluster and Sensitivity Analysis. ASME. ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition,*

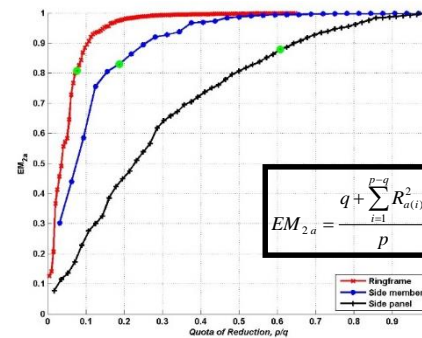
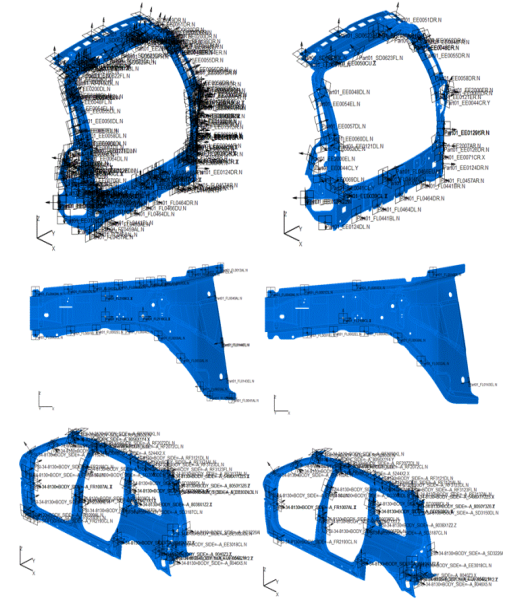
# Using the Digital Twin in the Production Phase

**Purpose:** Detect assignable sources of variation/deviation

**Method:** (Multivariate) Control charts

**Input needed:**

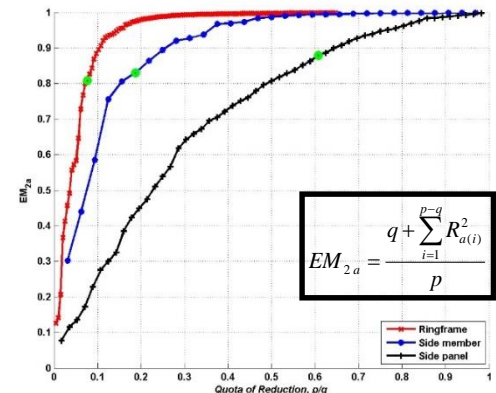
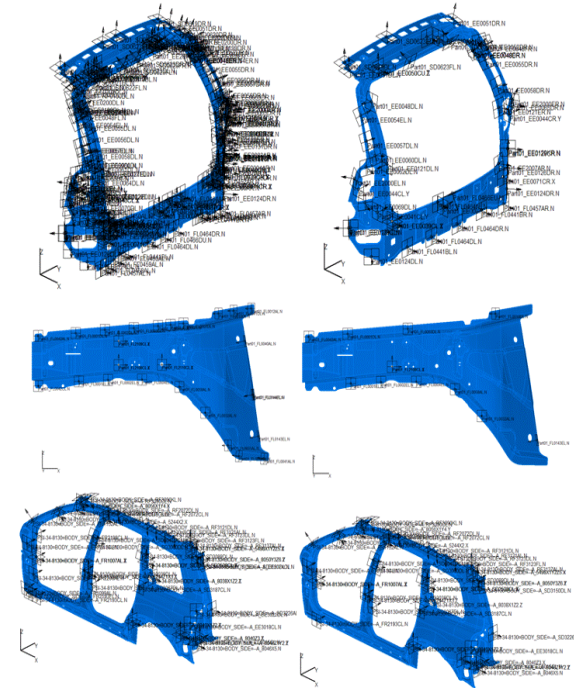
1. Points to control final demands
  - From design department
2. Points to control assembly fixtures (not part level)
  - Maximize information
3. Points to control other sources of variation
  - Cluster analysis



Wärmefjord K, Carlson JS, Söderberg R. A Measure of the Information Loss for Inspection Point Reduction. ASME. J. Manuf. Sci. Eng. 2009;131(5):051017-051017-6.

# Inspection point reduction

- Cluster analysis used for reducing the number of inspection points.
- Based on correlations between inspection points and a measure of information.
- Working procedure:
  1. Load measurement data.
  2. Specify what points that must not be removed.
  3. Conduct cluster analysis.
  4. One representative for each cluster is then inspected.



## Industrial case studies

Ringframe: 195  $\Rightarrow$  50 inspection points (74 % removed).

Side member: 32  $\Rightarrow$  13 inspection points (59 % removed).

Side panel (already reduced data set): 56  $\Rightarrow$  45 inspection points (20 % removed).



# Joining Sequence Optimization

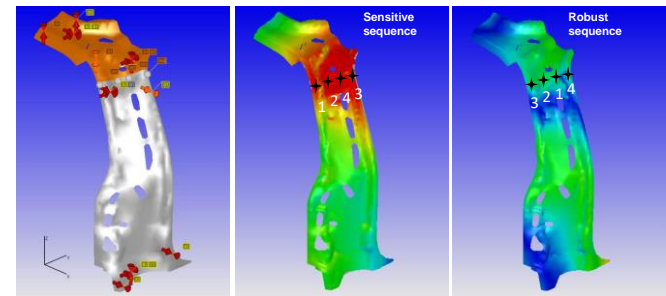
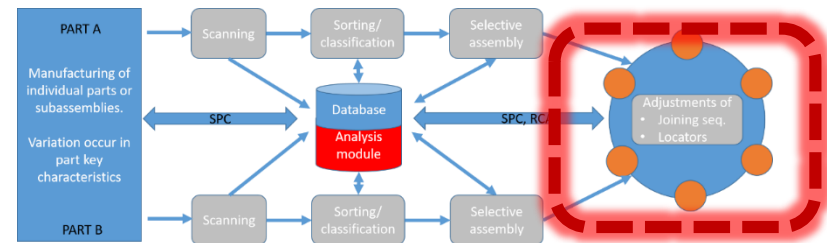
Joining sequence affects geometrical quality of the assembled product.

Joining sequence can be optimized using for example genetic algorithms

Input needed:

Geometrical inspection data on part level in

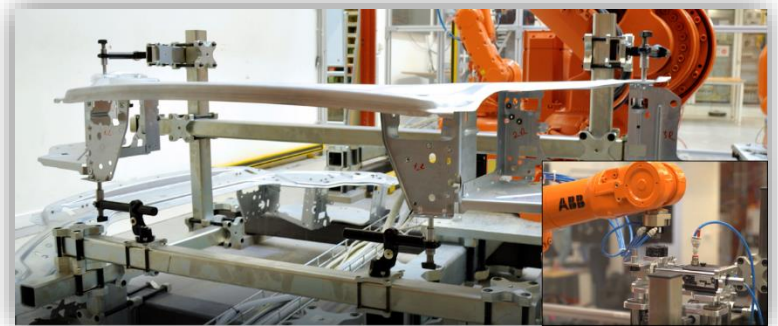
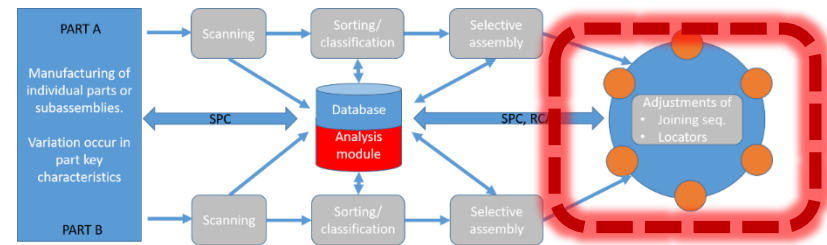
- Welding points
- (Potential) Contact points (flanges, contact areas)



Wärmefjord, K., Söderberg, R., Lindau, B., Lindkvist, L., Lorin, S., 2016, "Joining in Nonrigid Variation Simulation," *Computer-aided Technologies - Applications in Engineering and Medicine*

# Adjustment of locators

- With flexible fixtures, the locators can be adjusted in their steering direction to improve geometrical quality.
- Based on simulation model from design phase



## Input needed

- Inspection data from dimensions to be optimized (often the same as points to control final demands)

# Root Cause Analysis

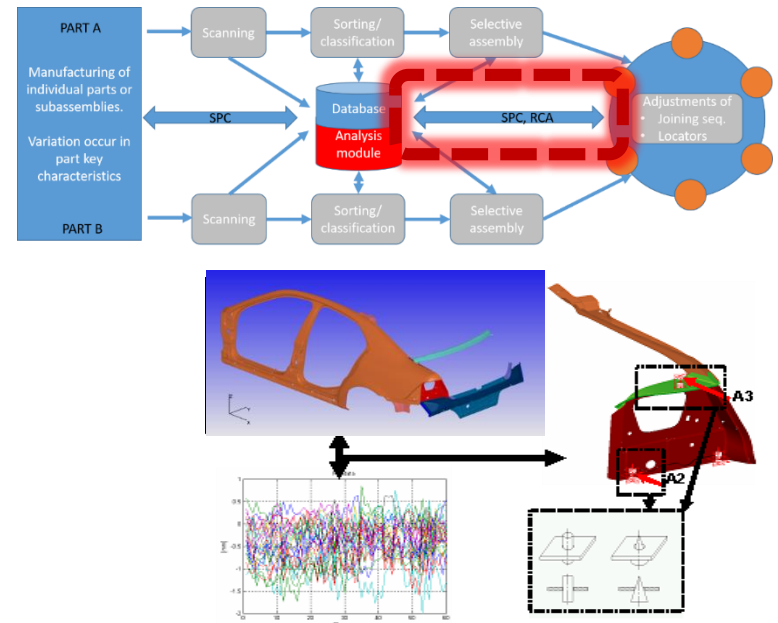
Detects errors in locators, fixtures and assembly stations

Inspection data from produced product is used together with a virtual product model to analyse:

- If product error originate from assembly fixtures.
- If so, decide what fixture and what locators that has generated the error.

## Input needed

- Same points as for controlling assembly fixtures



$$x = A\theta + \epsilon$$

$$\hat{\theta} = (A^T A)^{-1} A^T \theta$$

$$\Sigma_{\hat{\theta}} = \sigma^2 M^{-1}, M = A^T A$$

Max information => minimize the covariance matrix => minimize the determinant of  $M^{-1}$  (D-optimal solution)

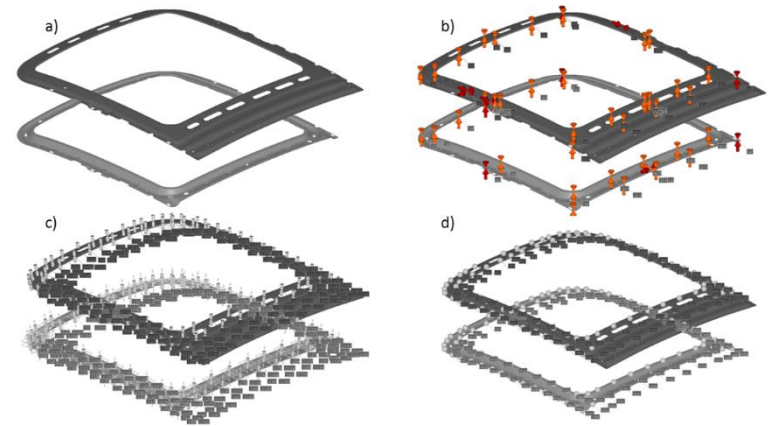
# Summary – Inspection data to feed a DT in production phase

Data needed in simulation model:

- Locators
- Contact points
- Weld points

Inspection data needed for control/analysis of the process:

- Contact and joining points
- Points for final demands
- Points to control assembly fixtures
- Points to control "other sources" of variation (based on experience and cluster analysis)



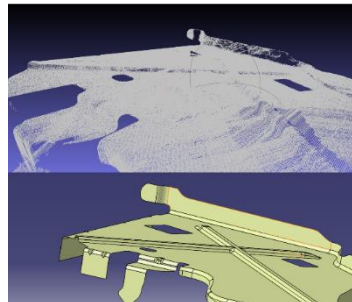
a) Sun roof ringframe example

b) *Locators* (25+26)

c) *Contact points* (191)

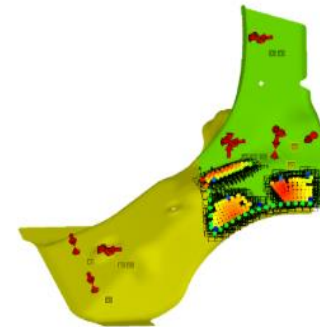
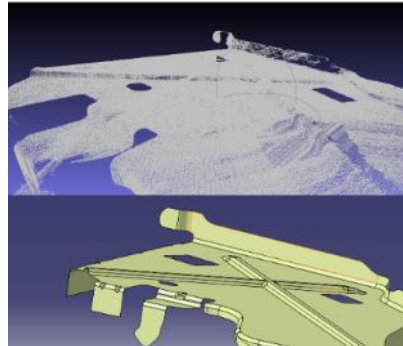
d) *Weld points* (95)

$25+26+191*2=433$  points (1.7 % of the nodes)



# Data Quality

- Data accuracy – inspection error, repeatability
- Metadata
  - Date, time, operator, batch, process conditions - This kind of data must be linked to inspection data.
- Big data challenges
  - **Volume: storage**
  - Velocity
  - Variety



Part	Loc...	L...	Adju...	Optimum	Lock	Dir...
Rear Lamp RHS	A1...	L	0.000 A	0.000 A	On	1.0, I
Rear Lamp RHS	A2...	L	0.000 A	0.000 A	On	1.0, I
Rear Lamp RHS	A3...	L	0.000 A	0.000 A	On	1.0, I
Rear Lamp RHS	B1...	L	0.000 H	0.000 H	On	0.0, I
Rear Lamp RHS	B2...	L	0.000 H	0.000 H	On	0.0, I
Rear Lamp RHS	C1...	L	0.000 D	0.000 D	On	0.0, I
Rear Lamp RHS	A1...	T	0.000 A	0.000 A	Off	1.0, I
Rear Lamp RHS	A2...	T	0.000 A	0.250 A	Off	1.0, I
Rear Lamp RHS	A3...	T	0.000 A	0.534 A	Off	1.0, I
Rear Lamp RHS	B1...	T	0.400 L	0.452 L	Off	0.0, I
Rear Lamp RHS	B2...	T	0.500 L	0.682 H	Off	0.0, I
Rear Lamp RHS	C1...	T	0.900 I	1.377 I	Off	0.0, I

Adjust  
Increment: 0.1    Apply    Zero    On    Off

Edit Directions    Opt. Limits    Inspection Data

Deviation, RSS  
Current: 3.01348    Optimize    From Nominal  
Adjusted: 1.79827    Show Results  
Optimized: 0.848443    Hide    Cancel    OK

# Agenda

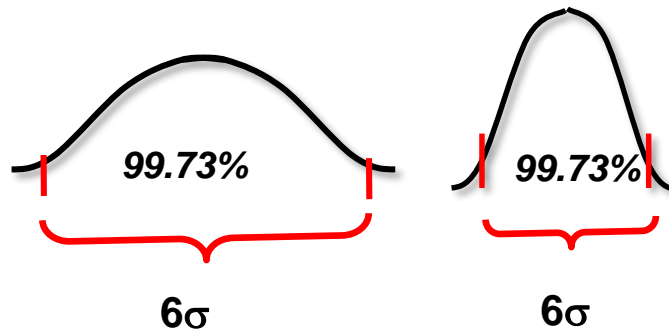
- Vad ska vi mäta?
  - Vilka mätpunkter, vad ska lagras?
  - Reduktion av mätpunkter
- Hur analyserar vi?
  - Statistiska grundbegrepp
  - Övervaka processer/styrdiagram
  - Styra på tolerans?
  - Kapabilitet
- Hur ska vi mäta?
  - Noggrannhet/Repeterbarhet

# Stokastiska variabler

- En stokastisk variabel  $X$  följer ofta en fördelning, som ger oss information om möjliga utfall och hur sannolika dessa är.
- Fördelningen beskrivs ofta med en täthet,  $f_X(x)$ . Då  $X$  är diskret gäller att  $f_X(x) = P\{X=x\}$ .  $X$  har även en fördelningsfunktion,  $F_X(x) = P\{X \leq x\}$ .
- En stokastisk variabel  $X$  har väntevärde  $\mu = E[X]$  och varians  $V(X) = \sigma^2$ .
- Exempel: Låt  $X$  beskriva hur lång en svensk treåring är.

# Normalfördelning

- En fördelning är en modell för data och beskriver sannolikheten för en viss observation.
- Normalfördelningen är en symmetrisk fördelning.
- Fördelningen bestäms av väntevärdet,  $\mu$ , och standardavvikelsen,  $\sigma$ .
- Arean under kurvan motsvarar sannolikheten för ett utfall i detta område.





# Skattningar

- Utifrån ett stickprov vill man ibland bestämma ett approximativt värde på en intressant, men okänd, parameter (till exempel väntevärdet).
- Stickprov bör tas slumpmässigt.



# Skattning av $\mu$ och $\sigma^2$

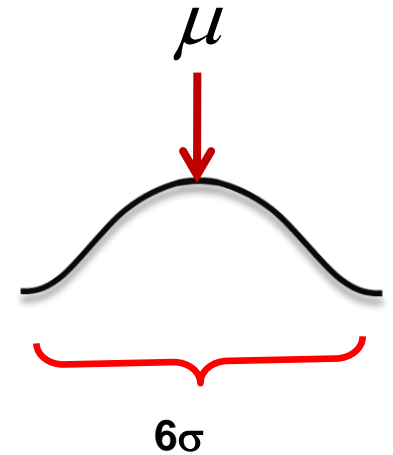
- Väntevärdet  $\mu$  skattas med stickprovsmedelvärdet:

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- Variansen  $\sigma^2$  skattas med stickprovsvariansen:

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)$$

- Range= $\max(X_i)$ - $\min(X_i)$



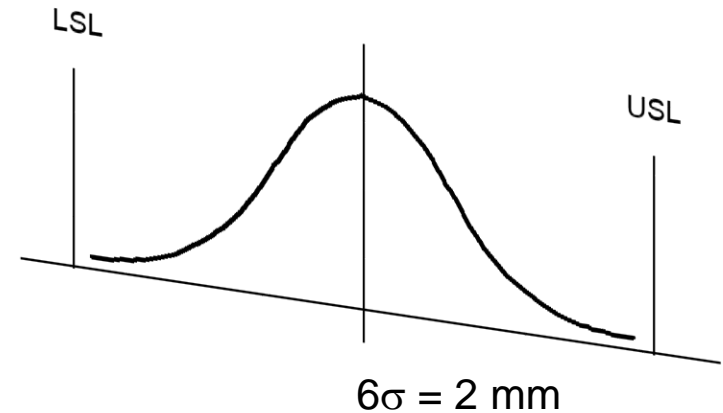
# Konfidensintervall

- Anger osäkerheten i vår skattning.
- $X_1, X_2, \dots, X_n$  är ett stickprov på en s.v.  $X$ .
- Bilda  $L(X_1, X_2, \dots, X_n)$  och  $U(X_1, X_2, \dots, X_n)$  s. a.

$$P\{L \leq \phi \leq U\} = 1-\alpha$$

- Då sägs  $[L,U]$  vara ett konfidensintervall för  $\phi$  med konfidsensgrad  $1-\alpha$

# Variation och toleranser



## Variation

- är vad vi får från processen,
- kan väsentligen skilja sig från toleranserna.

## Toleranser eller specifikationsgränser är

- tillåten nivå på variation,
- baserade på funktionella eller estetiska krav.

$0 \pm 1 \text{ mm}$



Part variation from stamping



Variation due to joining process

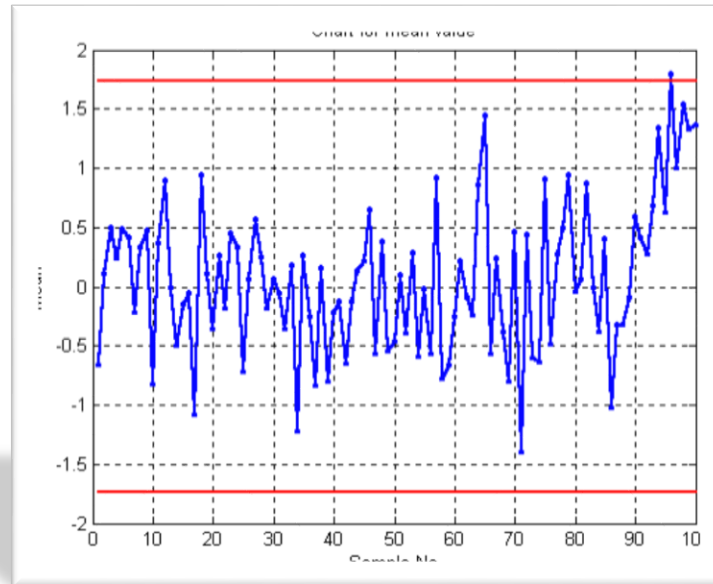


Variation due to manual assembly



Variation in final product

# Styrdiagram



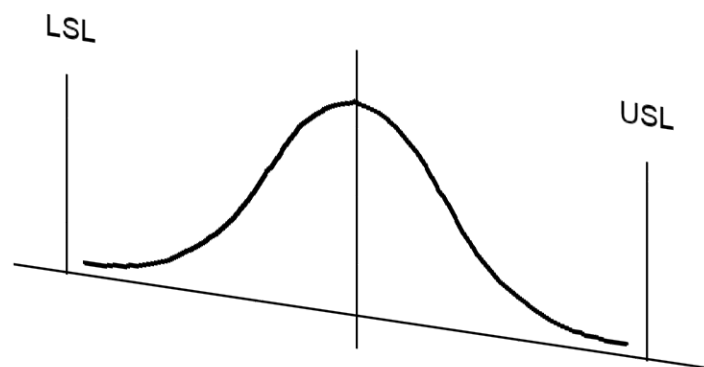
# Toleransgränser vs. styrgränser

## Toleransgränser är

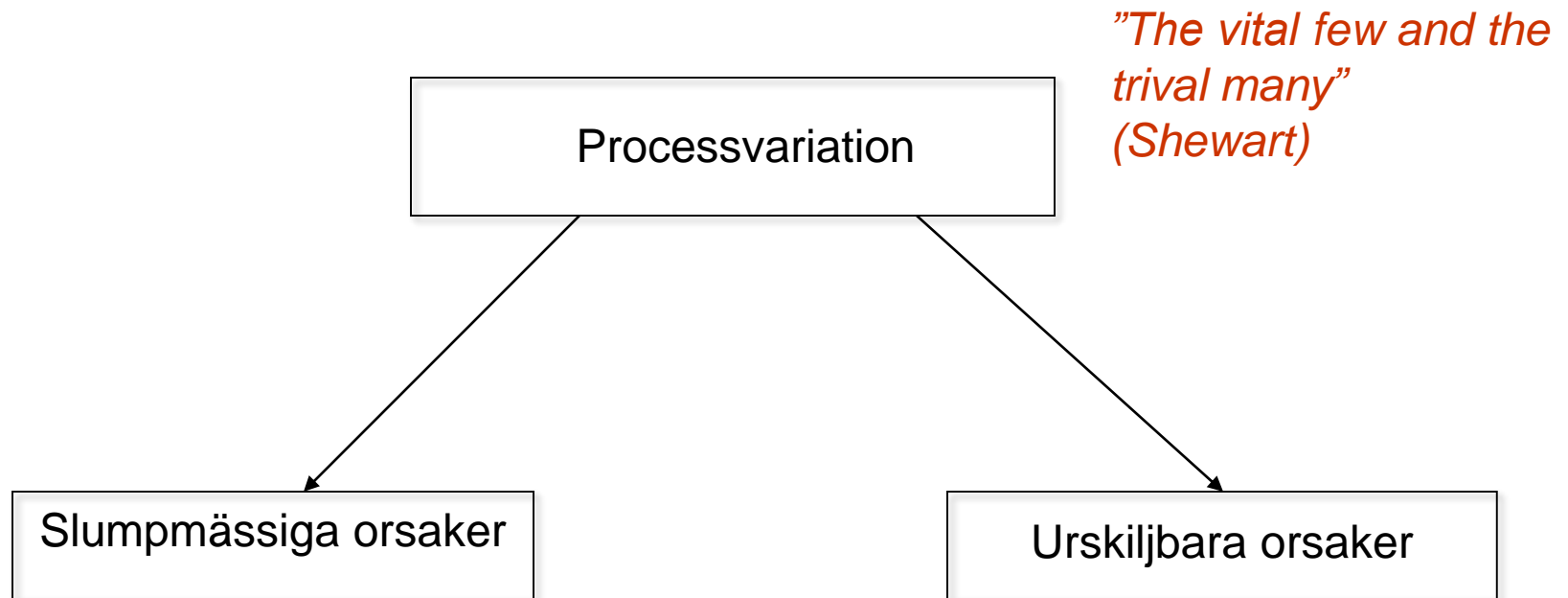
- baserade på funktionella eller estetiska krav
- **kopplade till produkten**

## Styrgränser är:

- baserade på processens medelvärde och variation
- beroende av kvaliteten på skattningen av medelvärde och variation
- används för att hitta urskiljbara orsaker till variation
- **kopplade till processen**



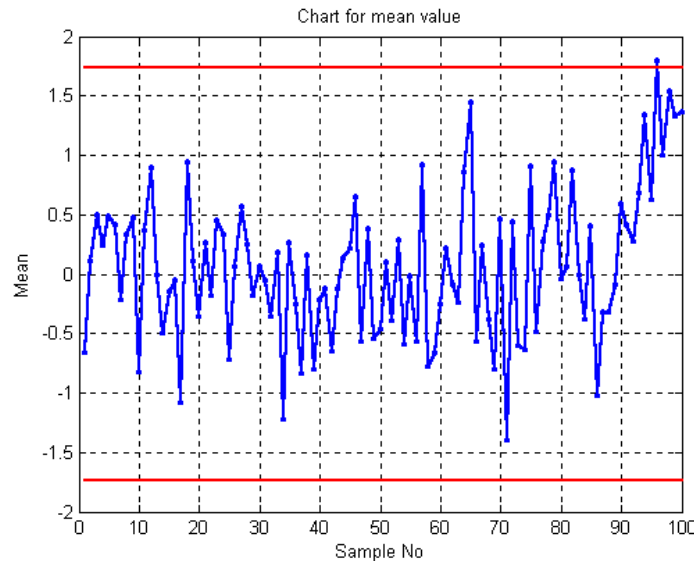
# Urskiljbara och slumpmässiga variationsorsaker



En process som saknar urskiljbara variationsorsaker sägs vara "i statistisk jämvikt" och är stabil under långa tidsperioder.

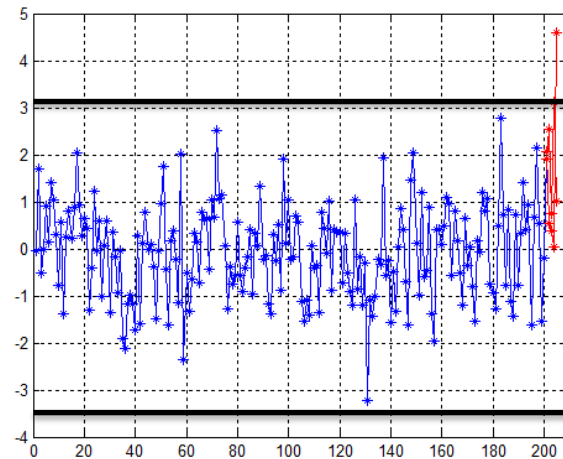
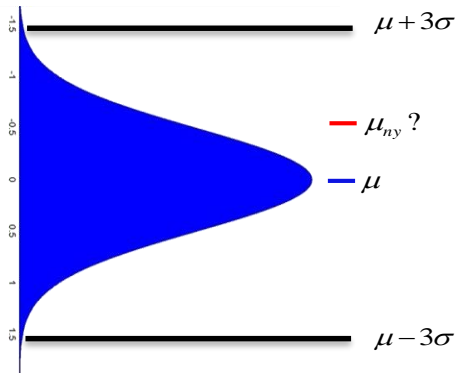
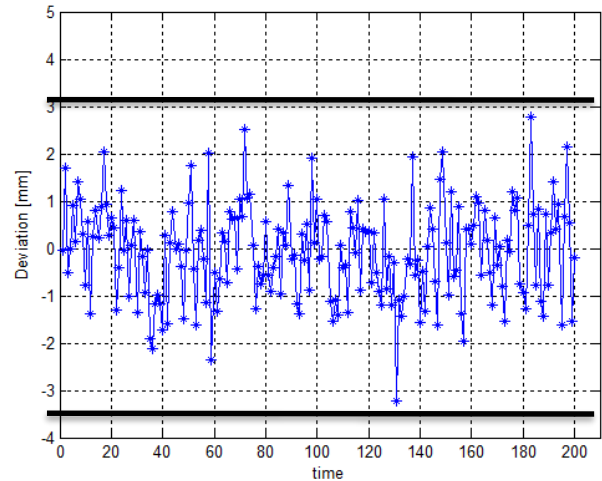
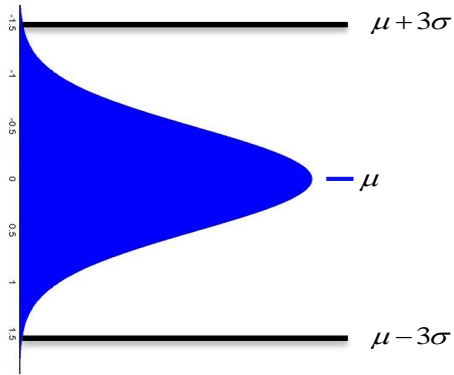
# Styrdiagram

- Hjälpmiddel för att avgöra om en process är i statistisk jämvikt.
- Hjälpmiddel för att hitta avvikelser (urskiljbara variationsorsaker) i processen och därmed även ett förbättringsverktyg.
- Styrgränser?





# Styrgränser

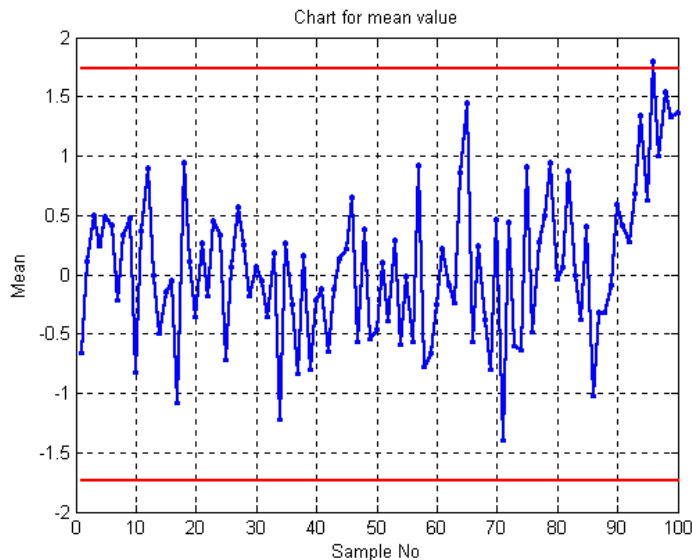


Vill hitta styrgränser  
så att vi upptäcker  
en förändring av  
processens  
medelvärde!

# Traditionella styrdiagram

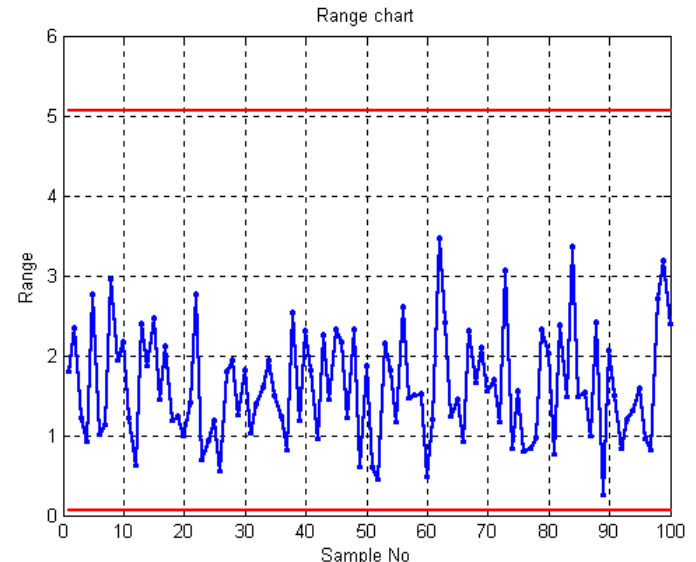
- $\bar{x}$ -diagram: För att kontrollera medelvärde

$$CL = \mu \pm 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



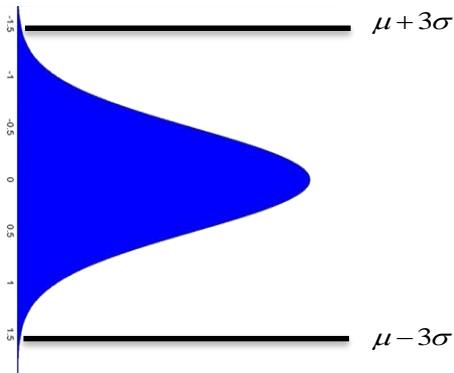
- $r$ -chart: För att kontrollera inomgruppsvariation

$$UCL = D_1\sigma \quad LCL = D_2\sigma$$



# Två typer av misstag

1. En slumpmässig variationsorsak misstas för att vara en urskiljbar (*Falsklarm*).
2. En urskiljbar variationsorsak misstas för att vara slumpmässig (*Uteblivet larm*).



Det är omöjligt att undvika båda typerna av misstag, men genom att alltid undvika en typ av fel, kommer det andra att uppträda ofta.

# Överstyrning



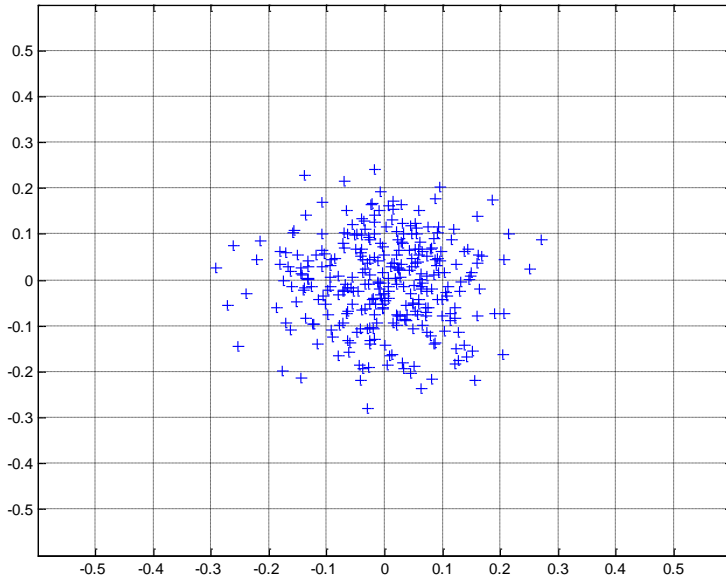
Exempel: Prickskytte.

Strategi A: Sikta alltid mot tavlans mitt.

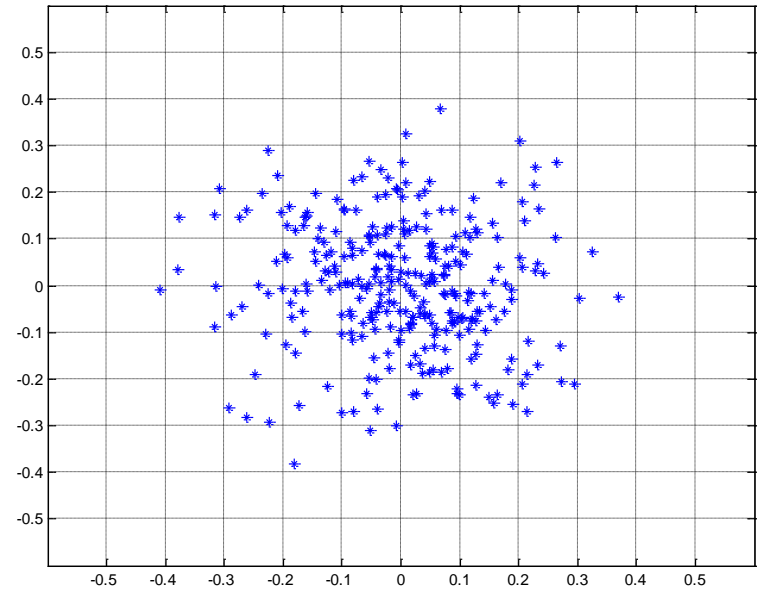
Strategi B: Kompensera för avvikelser i tidigare skott.

Om en process i jämvikt justeras på grund av att en enhet utanför tolerans produceras, kommer processen att försämrats ytterligare.

# Ett exempel

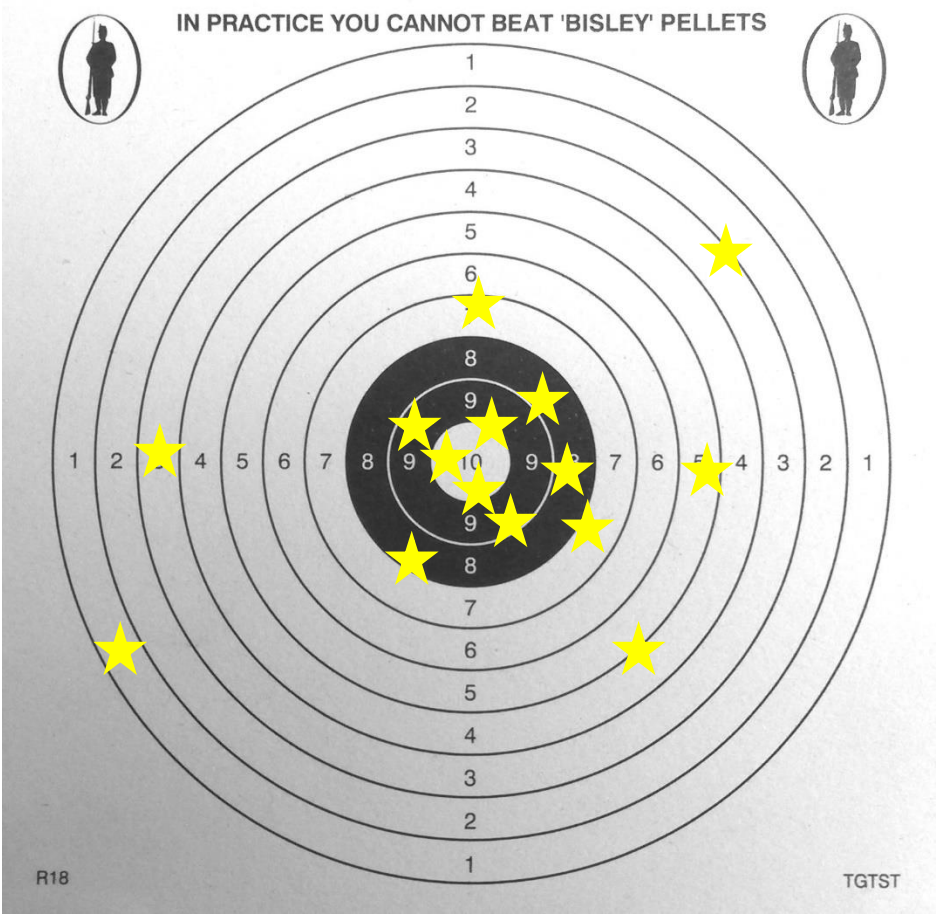


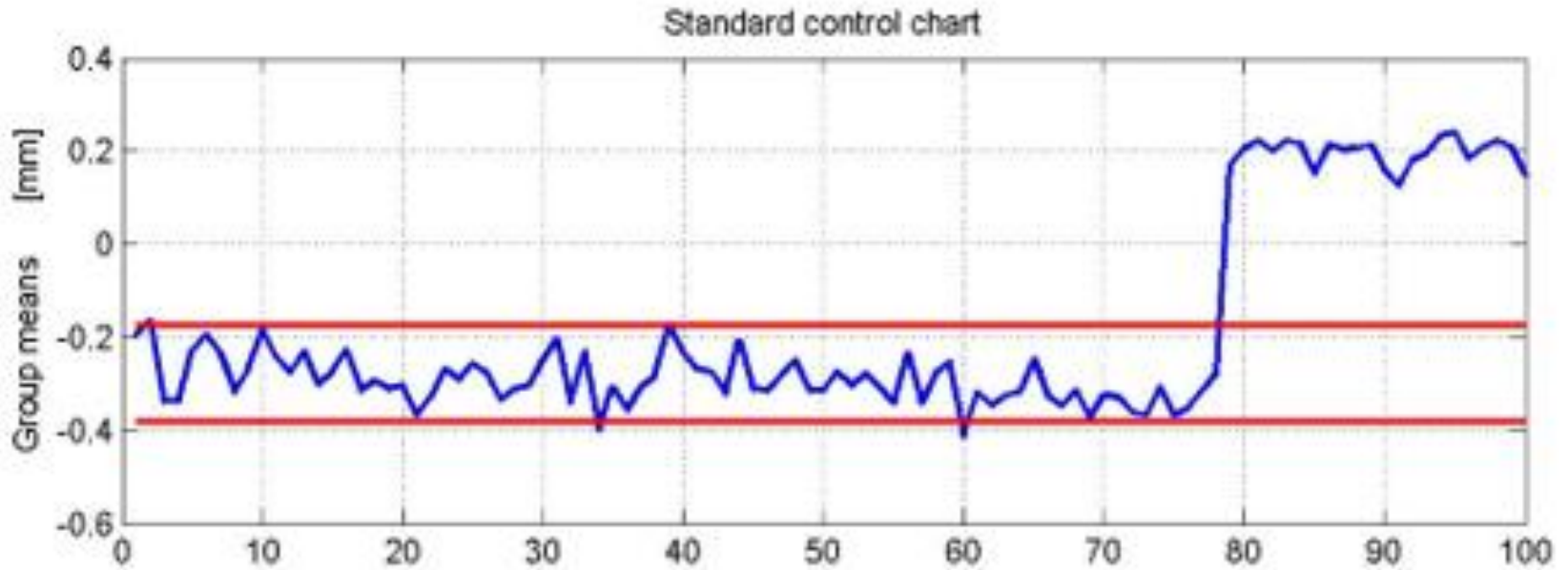
En process i jämvikt.



Samma process  
kompenserad för önskade  
resultat.

# Att styra på tolerans

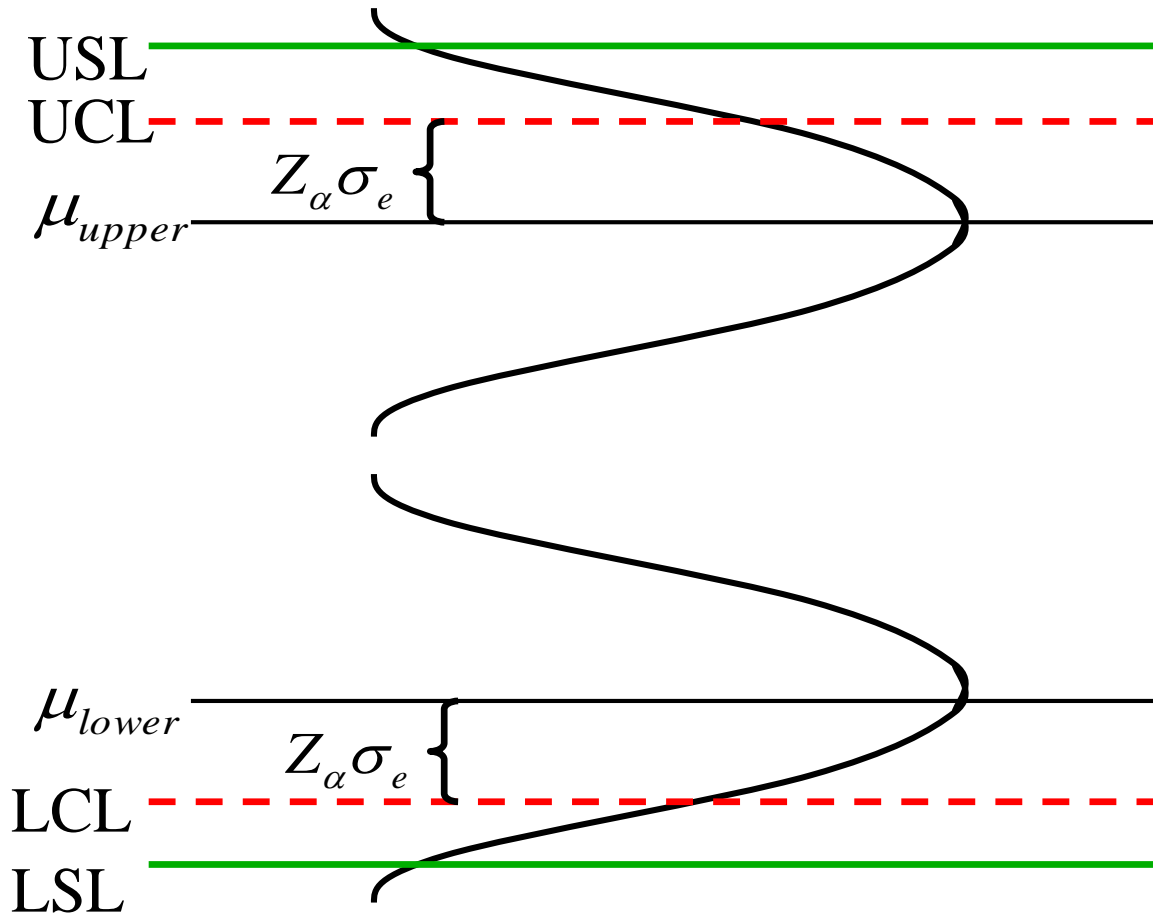
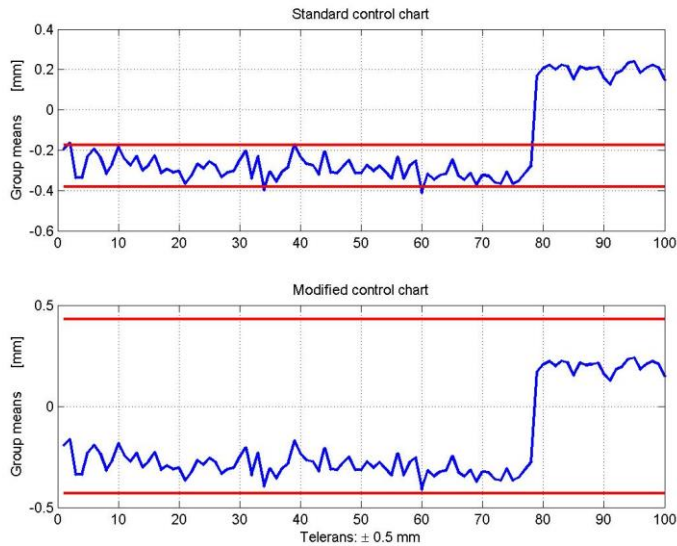




Tolerans +/- 0.5 mm  
Hög kapabilitet!

# Acceptansdiagram

För processer med hög duglighet används ett "acceptansdiagram".





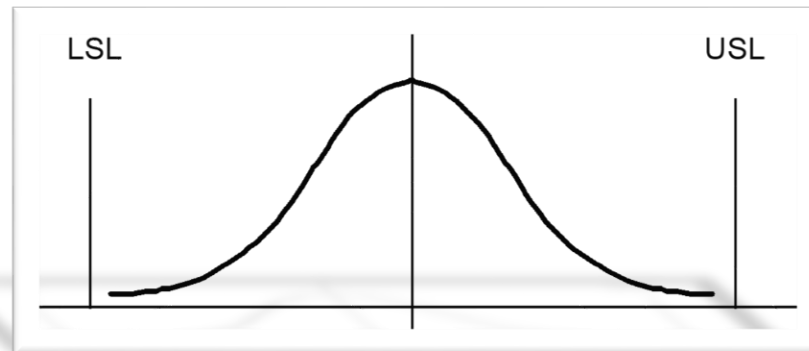
# Andra typer av styrdiagram

- Kontinuerlig data
  - Medelvärde
  - Varians
  - Icke-normal fördelad data
  - Känsligare diagram (exv EWMA, CuSum, ...)
  - Acceptansdiagram
- Diskret data
  - Antal defekta
  - “Räknedata”
- Multivariata diagram
- Acceptanskontroll

## Referenser:

- “Introduction to statistical quality control”, D Montgomery
- “Statistical process control”, Wetherill & Brown
- ...

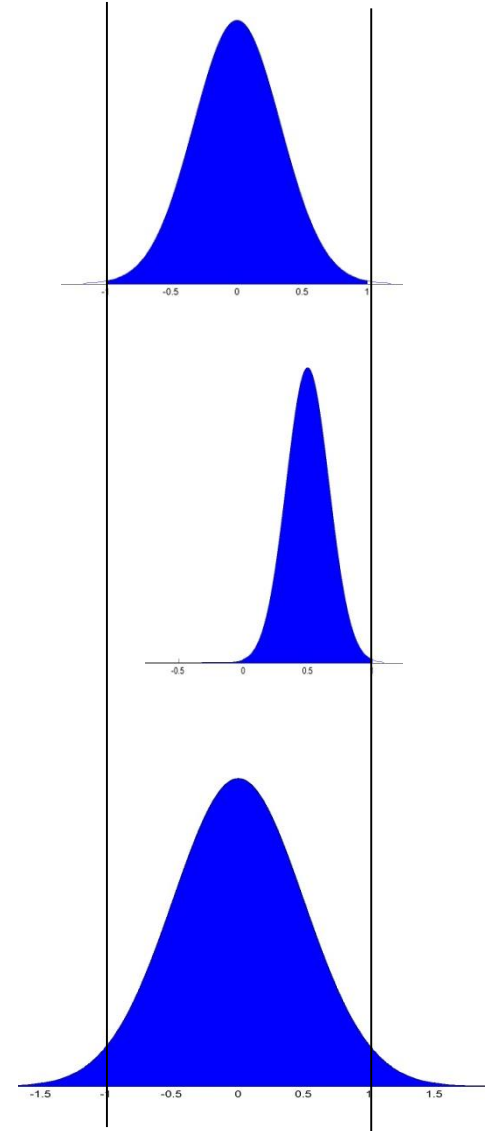
# Duglighetsindex (kapabilitet): $C_p$ & $C_{pk}$



# Vad är duglighet?

## Definition, duglighet

Förmågan hos en process att producera enheter med mått inom tolerans.



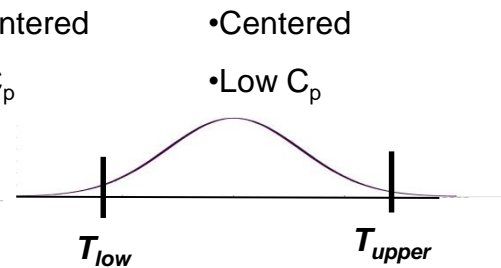
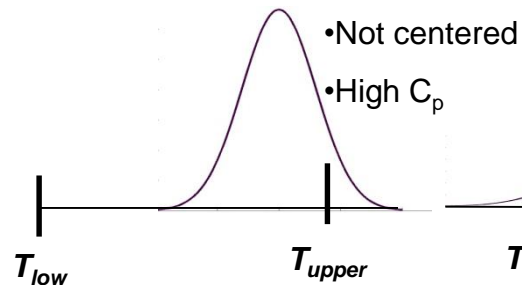
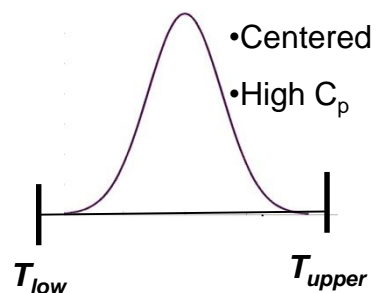
# Duglighetsindex

$$C_p = \frac{T_{upper} - T_{lower}}{6\sigma}$$

$\sigma$  skattas mha s

Allmänt rekommenderas  $C_p > 1.33/1.67$ , vilket motsvarar 60/0.6 ppm om processen är välcentrerad.

Value of $C_p$	ppm defects
0.67	46 000
0.83	12 500
1.00	2 700
1.17	500
1.33	60
1.50	7
1.67	0.6
1.83	0.04
2.00	0.02

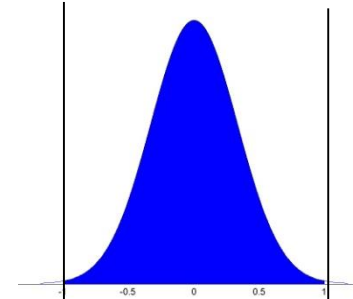


# Duglighet

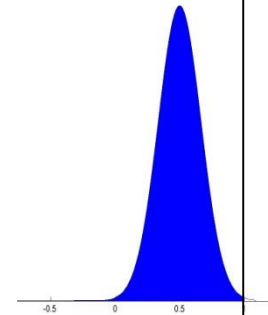
Övre  
toleransgräns: 1

Nedre  
toleransgräns : -1

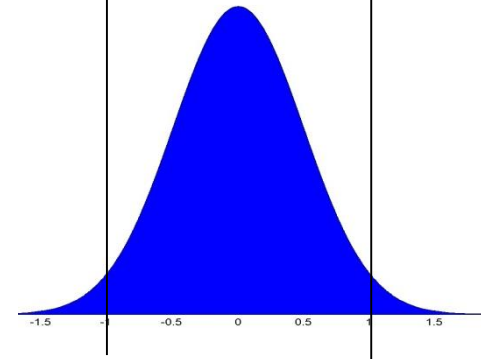
$$C_p=1$$



$$C_p=2$$



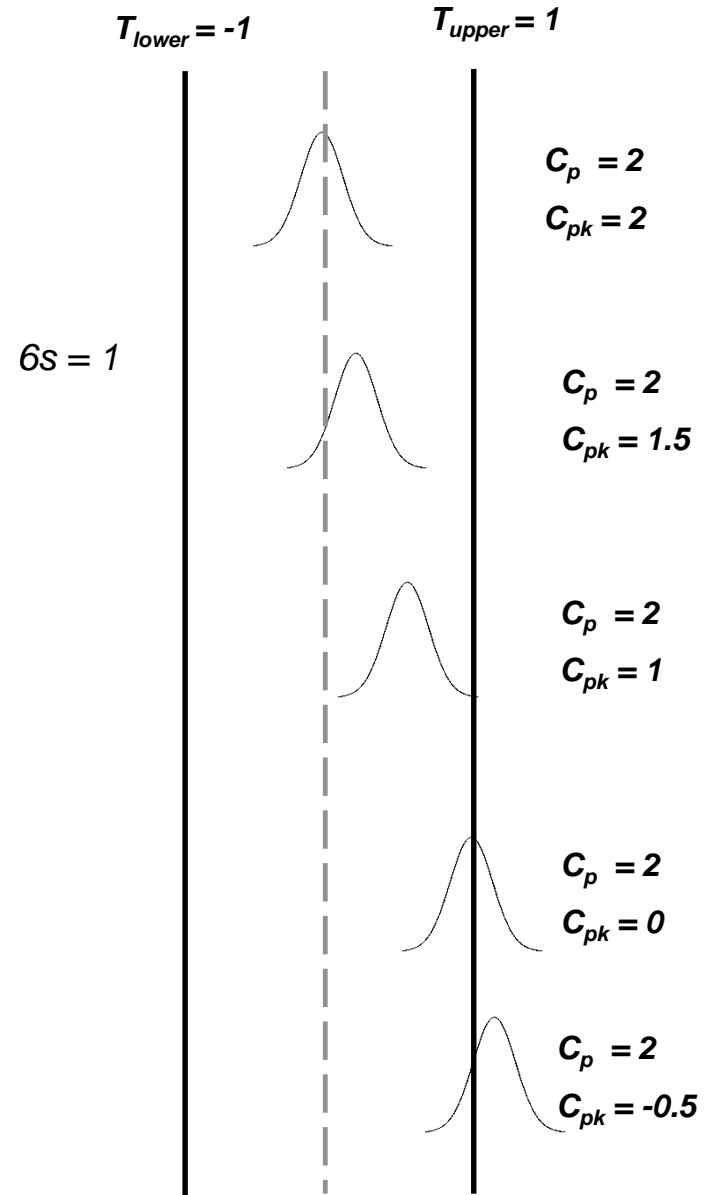
$$C_p=0.67$$



# Korrigerat duglighetsindex

$$C_{pk} = \min\left(\frac{T_{upper} - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - T_{lower}}{3\sigma}\right)$$

Processens centrerings beaktas.

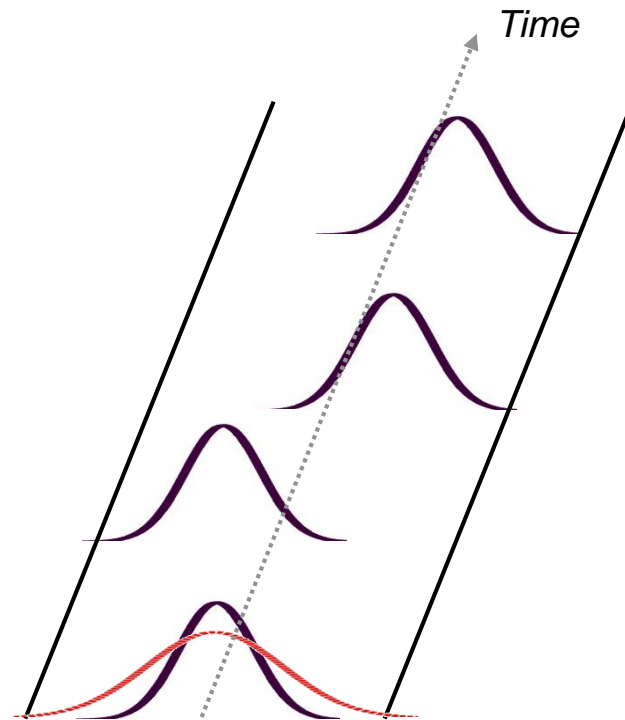


# Process- och maskinduglighet

Vilka variationskällor ska inkluderas?

Maskinduglighet

Processduglighet



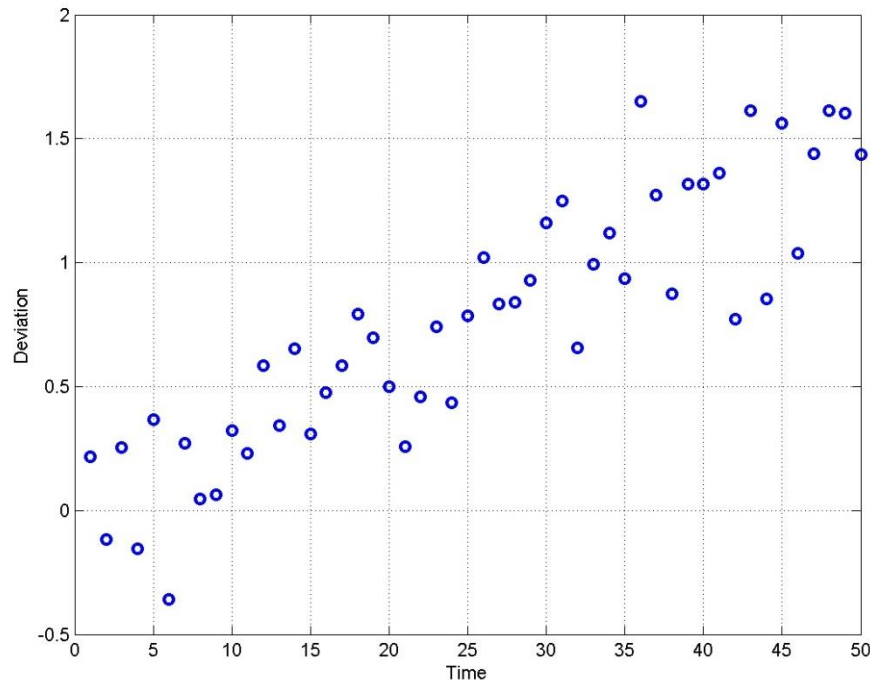
# Problem förknippade med duglighetstal

- En process har duglighet endast om den är stabil.
- Stor osäkerhet i skattningen.
- Blir fel om processen ej är normalfördelad.



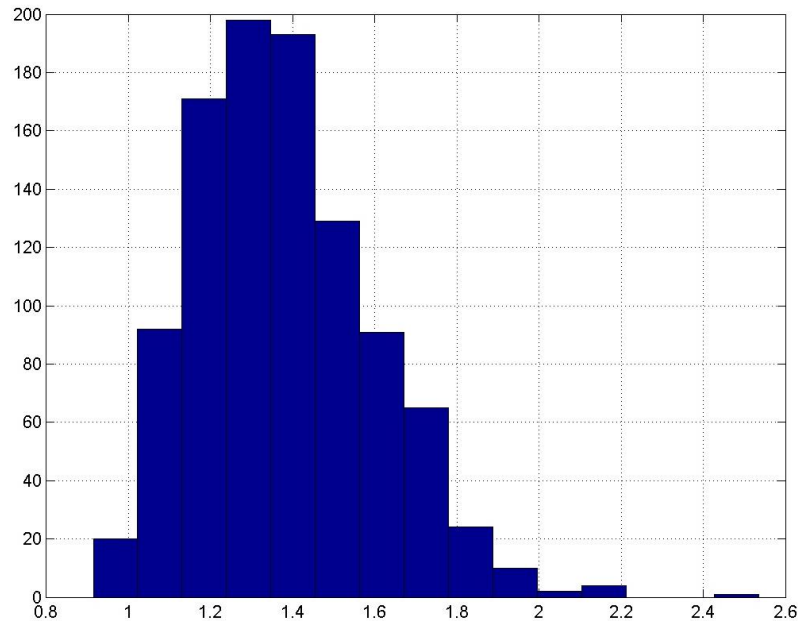
# Problem förknippade med duglighetstal

Duglighetsindex är definierade endast då processen är stabil (i jämvikt).



# Problem förknippade med duglighetstal

- Stor osäkerhet i skattningen.



Skattningar av  $C_p$  baserat på 1000 simuleringar av  $N(0, 1/3)$ .

Stickprovsstorlek=25, Verkligt värde på  $C_p=1.33$ .

1.  $C_{pk}$ -värdet beräknas för en process och beräkningen baseras på 25 mätta detaljer.  
Resultat: 1.4
2.  $C_{pk}$ -värdet beräknas på nytt för samma process (nytt stickprov).  
Resultat: 1.1

# Problem förknippade med duglighetstal

95% konfidensintervall för  $C_p$ :

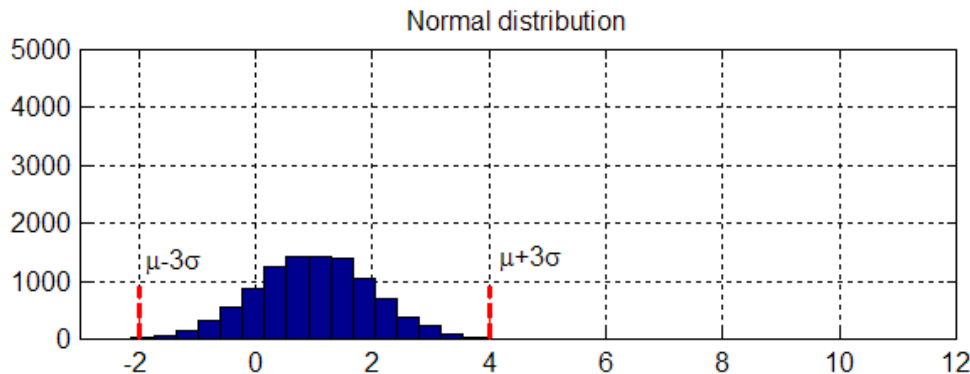
n:	10		20		25		30		40		50		60		70		80		100	
Estimated $C_p$																				
0,5	0,27	0,73	0,34	0,66	0,36	0,64	0,37	0,63	0,39	0,61	0,40	0,60	0,41	0,59	0,42	0,58	0,42	0,58	0,43	0,57
0,7	0,38	1,02	0,48	0,92	0,50	0,90	0,52	0,88	0,55	0,85	0,56	0,84	0,57	0,83	0,58	0,82	0,59	0,81	0,60	0,80
0,9	0,49	1,31	0,62	1,18	0,65	1,15	0,67	1,13	0,70	1,10	0,72	1,08	0,74	1,06	0,75	1,05	0,76	1,04	0,77	1,03
1,1	0,60	1,60	0,75	1,45	0,79	1,41	0,82	1,38	0,86	1,34	0,88	1,32	0,90	1,30	0,92	1,28	0,93	1,27	0,95	1,25
1,2	0,66	1,74	0,82	1,58	0,86	1,54	0,89	1,51	0,93	1,46	0,96	1,44	0,98	1,42	1,00	1,40	1,01	1,39	1,03	1,37
1,33	0,73	1,93	0,91	1,75	0,96	1,70	0,99	1,67	1,04	1,62	1,07	1,59	1,09	1,57	1,11	1,55	1,12	1,54	1,14	1,51
1,4	0,77	2,04	0,96	1,84	1,01	1,79	1,04	1,76	1,09	1,71	1,12	1,68	1,15	1,65	1,17	1,63	1,18	1,62	1,21	1,59
1,5	0,82	2,18	1,03	1,97	1,08	1,92	1,12	1,88	1,17	1,83	1,20	1,80	1,23	1,77	1,25	1,75	1,27	1,73	1,29	1,71
1,7	0,93	2,47	1,16	2,24	1,22	2,18	1,26	2,13	1,32	2,08	1,36	2,04	1,39	2,01	1,42	1,98	1,44	1,96	1,46	1,94
1,9	1,04	2,76	1,30	2,50	1,37	2,43	1,41	2,39	1,48	2,32	1,52	2,27	1,56	2,24	1,58	2,22	1,60	2,20	1,64	2,16
2,1	1,15	3,05	1,44	2,76	1,51	2,69	1,56	2,64	1,64	2,56	1,69	2,51	1,72	2,48	1,75	2,45	1,77	2,43	1,81	2,39
2,3	1,26	3,34	1,57	3,02	1,65	2,95	1,71	2,89	1,79	2,81	1,85	2,75	1,89	2,71	1,92	2,68	1,94	2,66	1,98	2,62

# Ensidigt 95% konfidensintervall

n:	10	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
<b>Estimated Cp</b>													
0,5	0,30	0,36	<b>0,38</b>	0,39	0,41	0,42	0,42	0,43	0,43	0,44	0,44	0,44	0,45
0,6	0,36	0,44	<b>0,46</b>	0,47	0,49	0,50	0,51	0,52	0,52	0,53	0,53	0,53	0,54
0,7	0,43	0,51	<b>0,53</b>	0,55	0,57	0,58	0,59	0,60	0,61	0,61	0,62	0,62	0,62
0,8	0,49	0,58	<b>0,61</b>	0,63	0,65	0,67	0,68	0,69	0,69	0,70	0,71	0,71	0,71
0,9	0,55	0,66	<b>0,68</b>	0,70	0,73	0,75	0,76	0,77	0,78	0,79	0,79	0,80	0,80
1	0,61	0,73	<b>0,76</b>	0,78	0,81	0,83	0,85	0,86	0,87	0,88	0,88	0,89	0,89
1,1	0,67	0,80	<b>0,84</b>	0,86	0,89	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,98
1,2	0,73	0,88	<b>0,91</b>	0,94	0,97	1,00	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,07
1,3	0,79	0,95	<b>0,99</b>	1,02	1,06	1,08	1,10	1,12	1,13	1,14	1,15	1,15	1,16
<b>1,33</b>	0,81	0,97	<b>1,01</b>	1,04	1,08	1,11	1,13	1,14	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19
1,4	0,85	1,02	<b>1,06</b>	1,09	1,14	1,16	1,19	1,20	1,22	1,23	1,24	1,24	1,25
1,5	0,91	1,09	<b>1,14</b>	1,17	1,22	1,25	1,27	1,29	1,30	1,31	1,32	<b>1,33</b>	<b>1,34</b>
1,6	0,97	1,17	<b>1,22</b>	1,25	1,30	<b>1,33</b>	<b>1,36</b>	<b>1,37</b>	<b>1,39</b>	<b>1,40</b>	<b>1,41</b>	1,42	1,43
1,7	1,03	1,24	<b>1,29</b>	<b>1,33</b>	<b>1,38</b>	1,41	1,44	1,46	1,48	1,49	1,50	1,51	1,52
1,8	1,09	1,31	<b>1,37</b>	1,41	1,46	1,50	1,52	1,55	1,56	1,58	1,59	1,60	1,61
1,9	1,15	<b>1,39</b>	<b>1,44</b>	1,48	1,54	1,58	1,61	1,63	1,65	1,66	1,68	1,69	1,70
2	1,22	1,46	<b>1,52</b>	1,56	1,62	1,66	1,69	1,72	1,74	1,75	1,76	1,78	1,79
2,1	1,28	1,53	<b>1,60</b>	1,64	1,70	1,75	1,78	1,80	1,82	1,84	1,85	1,86	1,87
2,2	<b>1,34</b>	1,61	<b>1,67</b>	1,72	1,79	1,83	1,86	1,89	1,91	1,93	1,94	1,95	1,96
2,3	1,40	1,68	<b>1,75</b>	1,80	1,87	1,91	1,95	1,98	2,00	2,01	2,03	2,04	2,05
2,4	1,46	1,75	<b>1,82</b>	1,88	1,95	2,00	2,03	2,06	2,08	2,10	2,12	2,13	2,14
2,5	1,52	1,82	<b>1,90</b>	1,95	2,03	2,08	2,12	2,15	2,17	2,19	2,21	2,22	2,23

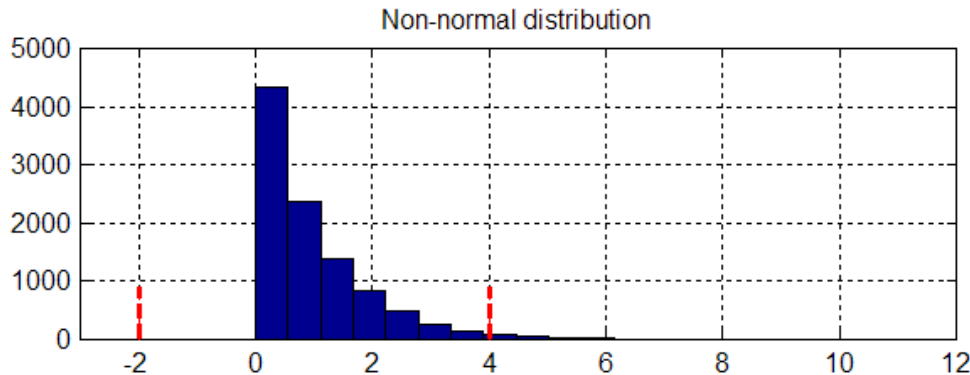
# Problem förknippade med duglighetstal

Felaktigt resultat om data ej är normalfördelad!



$$C_p = T/6s = 1$$

2700 ppm defekta

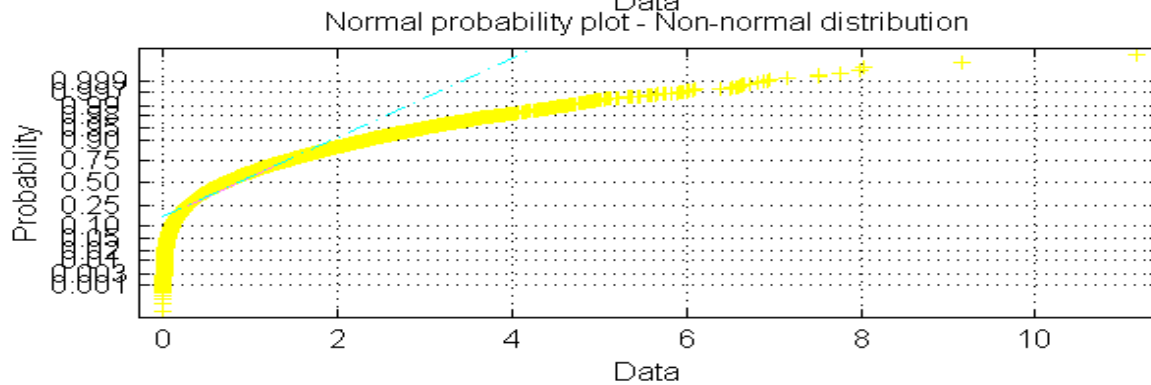
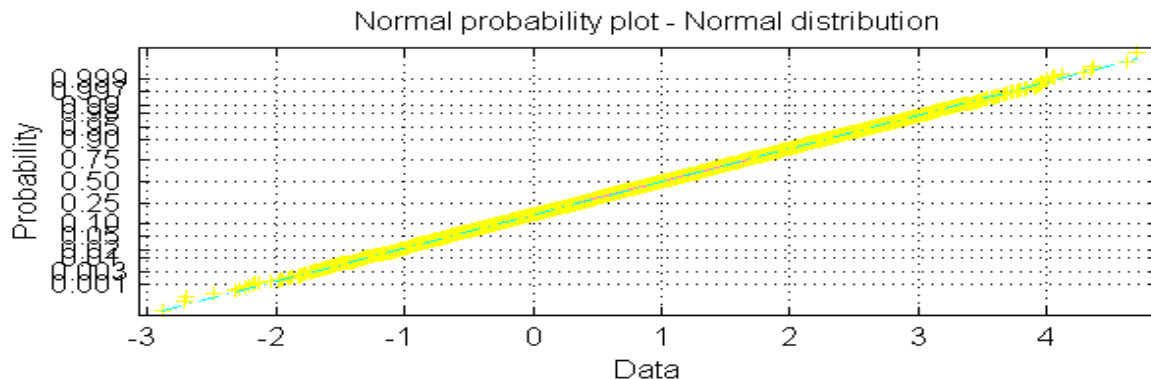


$$T/6s = 1$$

18 300 ppm  
defekta

*6σ = 99.73% gäller  
endast för  
normalfördelningen!*

# Normalplot



## Normalfördelningstester:

- Anderson-Darling
- Pearson-D'Agostino
- Shapiro–Wilk test
- ...

# Sammanfattning - duglighetsberäkningar

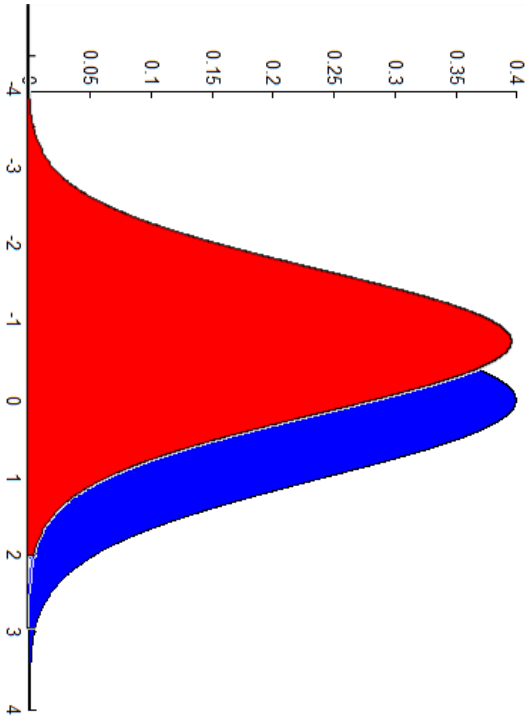
- Stabil process.
- Normalfördelning (histogram eller normplot).
- Använd tillräckligt stora stickprov (eventuellt konfidensintervall).

# Agenda

- Vad ska vi mäta?
  - Vilka mätpunkter, vad ska lagras?
  - Reduktion av mätpunkter
- Hur analyserar vi?
  - Statistiska grundbegrepp
  - Övervaka processer/styrdiagram
  - Styra på tolerans?
  - Kapabilitet
- Hur ska vi mäta?
  - Noggrannhet/Repeterbarhet



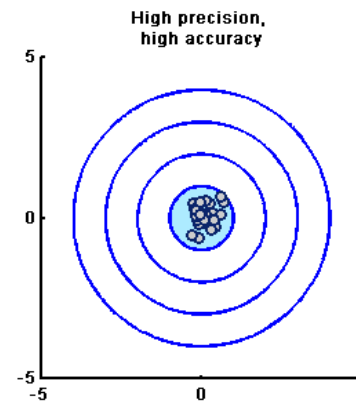
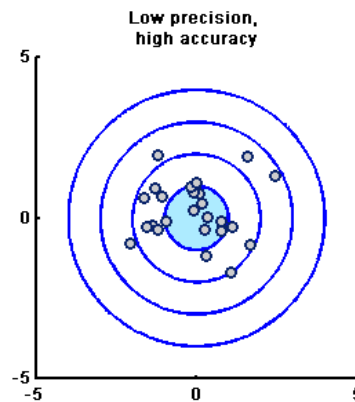
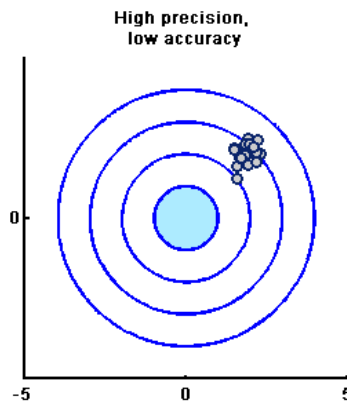
# Mätfrekvens och stickprovsstorlek



- Mätfrekvens:
  - Påverkar hur snabbt en förändring upptäcks.
- Stickprovsstorlek:
  - Påverkar hur känsligt diagrammet är för en förändring (ARL - Average Run Length- kan beräknas).
  - Påverkar känsligheten för avvikelse från normalfördelning (mv-diagram). Riktlinje  $n > 3$ .
- Kopplat
- Avvägning mellan kostnad för mätning och kostnad för att inte upptäcka avvikelser (snabbt).

# Precision och noggrannhet

- Noggrannhet (accuracy): Hur nära det sanna värdet?
- Precision: Hur lika är mätningar gjorda under samma förutsättningar?
  - Repeterbarhetsstudier: Upprepade mätningar gjorda under samma förutsättningar (precision under samma förutsättningar).
  - Reproducerbarhetsstudier: Upprepade mätningar gjorda under samma förhållanden, men med olika operatörer (precision under olika förutsättningar).



# Mätsystem

- Mätsystem i statistisk jämvikt.
- Liten variation (<10% - bra, <20-30 % brukbart) i förhållande till det som ska mätas.

$$\sigma_{uppmätt}^2 = \sigma_{produkt}^2 + \sigma_{mätning}^2$$



- Mätsystem ofta ok om  $\sigma_{mät} < \sigma_{produkt} / 2$

$$\sqrt{\sigma_{produkt}^2 + \sigma_{mät}^2} = \sigma_{produkt} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{mät}^2}{\sigma_{produkt}^2}}$$

# Agenda

- Vad ska vi mäta?
  - Vilka mätpunkter, vad ska lagras?
  - Reduktion av mätpunkter
- Hur analyserar vi?
  - Statistiska grundbegrepp
  - Övervaka processer/styrdiagram
  - Styra på tolerans?
  - Kapabilitet
- Hur ska vi mäta?
  - Noggrannhet/Repeterbarhet

# Take-aways...

- Statistik – ett sätt att inte behöva mäta allt, men det har ett pris...  
Om diskreta mätpunkter, placera dem med eftertanke
- Skilj på toleransgränser och styrgränser
- Undvik överstyrning
- Om ni räknar ut duglighet, ha koll på fördelning och stickprovsstorlek
- Mätfrekvens - avvägning mellan kostnad för mätning och kostnad för att inte upptäcka avvikelser (snabbt).

